3. Гельфанд Б. Е., Фролов С. М. *Приближенный расчет ослабления ударных волн проницаемыми преградами* // ПМГФ. – 1990. – № 4. – С. 42–46.

4. Документация, сопровождающая вычислительный комплекс STAR-CCM+ 9.04.008.

5. Кочетков А. В., Крылов С. В., Турыгина И. А. *Численное моделирование нестационарного взаимодействия ударной волны с проницаемыми преградами* // Тр. Матем. центра им. Н. И. Лобачевского. Материалы XII молодежной школы-конференции, Казань, 24–29 октября 2013 г. – Казань: Изд-во Казан. ун-та. – 2013. – Т. 47. – С. 87–89.

Д. А. Краснова

Сибирский федеральный университет,

krasnova-d@mail.ru

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ТРЁХМЕРНОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В ЛАГРАНЖЕВЫХ КООРДИНАТАХ

При описании движения идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей задача сводится к отысканию решения уравнений Эйлера с выполнением кинематического и динамического условий на свободной границе. Кинематическое условие позволяет преобразовать эту задачу к другой задаче, в которой область определения фиксирована. Это достигается переходом к лагранжевым координатам $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$, которые вводятся, как значения координат частиц жидкости в начальный момент времени $t = 0$: $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}$. Закон движения частиц определяется в виде $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}, t)$ решением уравнения $d\mathbf{x}/dt = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$.

Рассматривается система уравнений следующего вида [1]:

$$x_t = (y_\eta z_\zeta - z_\eta y_\zeta)(\varphi_\xi - u_0) + (-y_\xi z_\zeta + z_\xi y_\zeta)(\varphi_\eta - v_0) + \\ +(y_\xi z_\eta - z_\xi y_\eta)(\varphi_\zeta - w_0), \quad (1)$$

$$y_t = (-x_\eta z_\zeta + z_\eta x_\zeta)(\varphi_\xi - u_0) + (x_\xi z_\zeta - z_\xi x_\zeta)(\varphi_\eta - v_0) + \\ +(-x_\xi z_\eta + z_\xi x_\eta)(\varphi_\zeta - w_0), \quad (2)$$

$$z_t = (x_\eta y_\zeta - y_\eta x_\zeta)(\varphi_\xi - u_0) + (-x_\xi y_\zeta + y_\xi x_\zeta)(\varphi_\eta - v_0) + \\ +(x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta)(\varphi_\zeta - w_0), \quad (3)$$

$$x_\xi(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta(-y_\xi z_\zeta + y_\zeta z_\xi) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) = 1, \quad (4)$$

где $(x, y, z) = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}, t)$ – координаты частиц жидкости, $\varphi((\boldsymbol{\xi}, t))$ – искомая функция, возникающая при преобразованиях уравнений движения, $u_0(\xi, \eta, \zeta)$, $v_0(\xi, \eta, \zeta)$, $w_0(\xi, \eta, \zeta)$ – компоненты вектора скорости частиц при $t = 0$. Преобразование уравнений движения к переменным $\mathbf{x}$, φ впервые было найдено Г. Вебером [2]. Уравнение (4) представляет собой уравнение сохранения объема, $\det M = 1$, где $M = \partial(\mathbf{x})/\partial(\boldsymbol{\xi})$ – матрица Якоби.

Для системы (1) – (4) проводится групповой анализ уравнений движения идеальной жидкости в переменных Лагранжа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев В. К. *Устойчивость неустановившихся движений жидкости со свободной границей.* – Новосибирск: Наука, 1992. – 136 с.

2. Серрин Д. *Математические основы классической механики жидкости.* – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 256 с.

3. Овсянников Л. В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений.* – М.: Наука, 1978. – 400 с.